

احسب التكاملات التالية :

$$1) I = \iint_D \frac{x}{1+y^2} dx dy ; D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 ; 0 \leq x \leq 2 ; 0 \leq y \leq 1\}$$

$$2) J = \iint_D \frac{\cos(x^2 + y^2)}{3 + \sin(x^2 + y^2)} dx dy ; D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2, x \geq 0, y \geq 0 ; 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$$

التمرين 02 (9 points)

تكن f دالة زوجية 2π دورية:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3 ; & x \in [0, \pi] \\ -2x - 3 ; & x \in [-\pi, 0[\end{cases}$$

(1) ارسم منحنى f على $[-\pi, \pi]$ (2) عين سلسلة Fourier الملحقة ل f

(3) تحقق من شروط Dirichlet

(4) استنتج مجموع سلسلة Fourier

(5) احسب المجاميع

$$\sum_{k \geq 1} \frac{1}{(2k+1)^2} ; \sum_{k \geq 0} \frac{1}{(2k+1)^4}$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \quad \text{تذكير :}$$

التمرين 03 (6 points)

(1) حل المعادلة التفاضلية باستعمال تحويل Laplace :

$$\begin{cases} y'' + 4y = 2t \\ y(0) = 1 ; y'(0) = 0 \end{cases}$$

5 points.

$$I = \iint_D \frac{x}{1+y^2} dx dy$$

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq x \leq 2; 0 \leq y \leq 1\}$$

$$I = \int_0^2 \left(\int_0^1 \frac{x}{1+y^2} dy \right) dx \quad (0,5)$$

bienv

$$I_1 = \int_0^1 \left(\int_0^2 \frac{x}{1+y^2} dx \right) dy$$

$$I_1 = \frac{1}{1+y^2} \int_0^2 x dx = \frac{1}{1+y^2} \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^2$$

$$I_1' = \frac{2}{1+y^2} \quad (1)$$

$$I_1 = 2 \int_0^1 \frac{1}{1+y^2} dy = 2 \operatorname{Arctg} y \Big|_0^1 = 2 \left(\frac{\pi}{4} - 0 \right) = \frac{\pi}{2} \quad (1)$$

$$I_2 = \iint_D \frac{\cos(x^2+y^2)}{3+\sin(x^2+y^2)} dx dy$$

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x \geq 0; y \geq 0; 1.5 \leq \sqrt{x^2+y^2} \leq 2\}$$

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta \quad (0,25) \quad (0,25) \quad (0,25)$$

$$D = \{(r,\theta) \in \mathbb{R}^2 / 0.5 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}; 1.5 \leq r \leq 2\}$$

$$f(x,y) = \frac{\cos(r^2)}{3+\sin(r^2)} \quad (0,25)$$

$$dx dy = r dr d\theta \quad r \neq 0$$

(0,25) hacer

$$D = \int_0^{\pi/2} \left(\int_{1.5}^2 \frac{r \cos(r^2)}{3+\sin(r^2)} dr \right) d\theta \quad (0,25)$$

$$I_2' = \frac{1}{2} \int_{1.5}^2 \frac{2r \cos(r^2)}{3+\sin(r^2)} dr \quad (0,25) \quad (0,25)$$

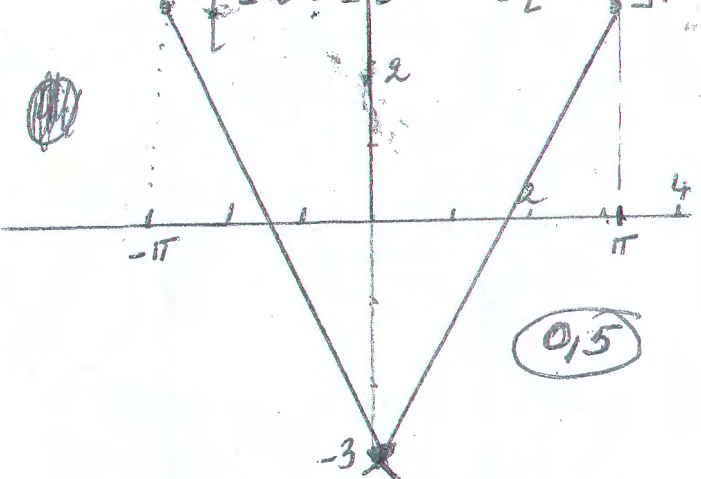
$$= \frac{1}{2} \left[\ln |3+\sin(r^2)| \right]_{1.5}^2 = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{3+\sin(4)}{3+\sin(1.5)} \right| \quad (0,25)$$

$$I_2 = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{3+\sin(4)}{3+\sin(1.5)} \right| \int_0^{\pi/2} d\theta$$

$$I_2 = \frac{\pi}{4} \ln \left| \frac{3+\sin(4)}{3+\sin(1.5)} \right| \quad (0,25)$$

Exo 2

$$f(x) = \begin{cases} 2x-3 & x \in [0, \pi] \\ -2x-3 & x \in [-\pi, 0] \end{cases}$$



(0,5)

$$b_n = 0 \quad (0,25)$$

$$a_0 = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} f(x) dx = 2\pi - 6 = 0 \quad (0,25)$$

$$a_n = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} f(x) \cos(nx) dx \quad (0,25)$$

$$a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} (2x-3) \cos(nx) dx$$

$$V' = \cos(nx) \quad V = \frac{1}{n} \sin(nx) \quad (0,25)$$

$$a_n = \frac{2}{\pi} \left[(2x-3) \frac{1}{n} \sin nx \right]_0^{\pi} - \frac{2}{n} \int_0^{\pi} \sin(nx) dx \quad (0,25)$$

$$a_n = \frac{-2}{n} \left[\frac{-1}{n} \cos(nx) \right]_0^{\pi} \left(\frac{2}{\pi} \right) \quad (0,25)$$

$$\left(\frac{2}{\pi} \right) \frac{2}{n^2} ((-1)^n - 1) = \frac{+4}{\pi n^2} ((-1)^n - 1) \quad (0,25)$$

$$a_{2k} = 0 \quad (0,25)$$

$$a_{2k+1} = \frac{+4(-2)}{\pi(2k+1)^2} = \frac{-8}{\pi(2k+1)^2} \quad (0,25)$$

مع فورع

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n \geq 1} a_n \cos(nx) \quad (0,25)$$

$$\frac{2\pi-6}{2} + \sum_{k \geq 0} \frac{-8}{\pi(2k+1)^2} \cos((2k+1)x) \quad (0,25)$$

$$(\pi-3) - \frac{8}{\pi} \sum_{k \geq 0} \frac{\cos((2k+1)x)}{(2k+1)^2}$$

③ من الرسم لا يوجد مستقيمات متوازية

ولا يوجد خطوط عمودية

سرو و Dirichlet متقيد

④ من الرسم عند f

$$f(x) = \pi-3 - \frac{8}{\pi} \sum_{k \geq 0} \frac{\cos((2k+1)x)}{(2k+1)^2} \quad (0,5)$$

⑤ في Dirichlet

$$x=0 \quad (0,25)$$

$$f(0) = -3 \quad (0,25)$$

$$f(0) = \pi-3 - \frac{8}{\pi} \sum_{k \geq 0} \frac{1}{(2k+1)^2}$$

$$-3 = \pi-3 - \frac{8}{\pi} \sum_{k \geq 0} \frac{1}{(2k+1)^2} \quad (0,25)$$

$$\Rightarrow \sum_{k \geq 0} \frac{1}{(2k+1)^2} = \frac{\pi^2}{8} \quad (0,5)$$

Parseval (0,5)

$$\frac{a_0^2}{2} + \sum_{n \geq 1} a_n^2 = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} f^2(x) dx \quad (0,25)$$

$$\frac{a_0^2}{2} + \sum_{n \geq 1} a_n^2 \quad / \quad a_n^2 = \frac{64}{\pi^2(2k+1)^4}$$

$$\frac{(2\pi-6)^2}{2} + \frac{64}{\pi^2} \sum_{k \geq 0} \frac{1}{(2k+1)^4} \quad (0,5)$$

$$\frac{4}{2\pi} \int_0^{\pi} (2x-3)^2 dx = \frac{2}{2\pi} \int_0^{\pi} 2(2x-3) dx$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[\frac{(2x-3)^3}{3} \right]_0^{\pi} =$$

$$= \frac{1}{3\pi} \left[(2\pi-3)^3 - (-3)^3 \right] \quad (1)$$

$$= \frac{1}{3} (8\pi^2 - 36\pi + 54) \quad (0,25)$$

$$\frac{(2\pi-6)^2}{2} + \frac{64}{\pi^2} \sum_{k \geq 0} \frac{1}{(2k+1)^4} = \frac{8\pi^2 - 36\pi}{3} + 18$$

$$\Rightarrow \sum_{k \geq 0} \frac{1}{(2k+1)^4} = \frac{\pi^4}{96} \quad (0,25)$$

$$y'' + 4y = 2t$$

$$y(0) = 1; y'(0) = 0$$

$$\mathcal{L}(y(t)) = Y(s) \quad (0,5)$$

$$\mathcal{L}(y''(t)) = s^2 Y(s) - sy(0) - y'(0) = s^2 Y(s) - s \quad (0,5)$$

$$2(y'') + 4\mathcal{L}(y) = 2\mathcal{L}(t) \quad (0,25)$$

$$s^2 Y(s) - s + 4Y(s) = \frac{2}{s^2} \quad (0,25)$$

$$Y(s)(s^2 + 4) = \frac{2}{s^2} + s \quad (0,25)$$

$$Y(s)(s^2 + 4) = \frac{2 + s^3}{s^2} \quad (0,25)$$

$$Y(s) = \frac{2 + s^3}{s^2(s^2 + 4)} \Rightarrow y(t) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2 + s^3}{s^2(s^2 + 4)}\right) \quad (0,25)$$

$$Y(s) = \frac{a}{s} + \frac{b}{s^2} + \frac{cs + d}{s^2 + 4} \quad (0,25)$$

$$\begin{cases} a + c = 1 \\ b + d = 0 \\ 4a = 0 \\ 4b = 2 \end{cases} \quad (0,5) \quad \begin{cases} c = 1 \\ d = -1/2 \\ a = 0 \\ b = 1/2 \end{cases} \quad (0,5)$$

$$Y(s) = \frac{1}{2} \frac{1}{s^2} + \frac{2 - 1/2}{s^2 + 4} \quad (0,25)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{1}{s^2} + \frac{s}{s^2 + 4} - \frac{1}{2} \frac{1}{s^2 + 4} \quad (0,5)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{1}{s^2} + \frac{s}{s^2 + 2^2} - \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{2}{s^2 + 2^2} \quad (0,25)$$

$$y(t) = \frac{1}{2} \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2}\right) + \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + 2^2}\right) - \frac{1}{4} \left(\frac{2}{s^2 + 2^2}\right) \quad (0,5)$$

$$y(t) = \frac{1}{2} t + \cos(2t) - \frac{1}{4} \sin(2t) \quad (0,25) \quad (0,25) \quad (0,25)$$

2019 / 9 / 30

جامعة قسنطينة 01

المدة: 1 ساعة و 30 د

معهد العلوم والتكنولوجيا

LMD, ST₂

الإمتحان الإستدراكي في مقياس Mathso4

التمرين 01: لتكن الدالة المركبة f حيث:

$$f(z) = \frac{1}{(z-2)(z+4)}$$

- أنشر الدالة f في سلسلة تايلور جوار $z_0=0$

التمرين 02: أ حسب:

$$I = \oint_{\gamma} \frac{e^z}{(z-2)(z+1)} dz$$

على المسار $\gamma: |z|=3$

التمرين 03: لتكن الدالة المركبة f :

$$f(z) = z^2 + 13z + 6$$

1) أ كتب الدالة f على الشكل: $f(z) = u(x,y) + i v(x,y)$

2) بين أن الدالة f هولومورفية (تحليلية).

3) أ حسب $\int_{\gamma} f(z) dz$ حيث γ خط منكسر من

$A(0,1)$ إلى $B(1,1)$ ومن $B(1,1)$ إلى $C(1,2)$.

4) سؤال نظري: عرّف الميدان البسيط الترابي.

بالتوفيق

التصحيح النموذجي لامتحان Math 04

استوراك

$$f(z) = \frac{1}{(z-2)(z+4)}$$

المرتب 04 @ 8pt.

- ① مجموعة التعريف: $D_f = \mathbb{C} - \{2, -4\}$ (0,5)
- ② اختيار نصف القطر R (ازداد القوس)

$$\begin{cases} R = \min(2, 4) = 2 \\ |z-0| = |2| = 2 \\ |z-0| = |-4| = 4 \end{cases}$$

$\Rightarrow R = 2$

f تحليل في القوس $|z| < 2$ ومنه $z_0 = 0$ سلسلة تايلور حول $z_0 = 0$

تذكرك الدالة:

$$f(z) = \frac{1}{(z-2)(z+4)} = \frac{A}{z-2} + \frac{B}{z+4}$$

$$A = \frac{1}{6}, \quad B = -\frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow f(z) = \frac{1}{6} \left[\frac{1}{z-2} - \frac{1}{z+4} \right]$$

$$\frac{1}{z-2} = \frac{1}{-2(1-\frac{z}{2})} = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{1-\frac{z}{2}} \right)$$

نشر $\frac{1}{z-2}$

نشر: $T = \frac{z}{2}$: لتوسع $|z| < 2 \Rightarrow |\frac{z}{2}| < 1$

On a: $|z| < 2 \Rightarrow |\frac{z}{2}| < 1$ (0,5)

$$\frac{1}{z-2} = -\frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{z}{2}\right)^n, \quad \left|\frac{z}{2}\right| < 1$$

$$\frac{4}{z-2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^{n+1}} z^n, \quad |z| < 2 \quad (1 \text{ PT})$$

تشریح: $\frac{1}{z+4}$

$$\frac{1}{z+4} = \frac{1}{4\left(1+\frac{z}{4}\right)} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{1+\frac{z}{4}} \right)$$

تضع: $T = \frac{z}{4}$ و $\left|\frac{z}{4}\right| < 1$

اما: $|z| < 2 \Rightarrow \left|\frac{z}{4}\right| < \frac{2}{4} < 1$ (0.5)

$$\Rightarrow \frac{1}{z+4} = \frac{1}{4} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{z}{4}\right)^n, \quad \left|\frac{z}{4}\right| < 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{z+4} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^{n+1}} z^n, \quad |z| < 4 \quad (1 \text{ PT})$$

و نیز:

$$f(z) = \frac{1}{6} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^{n+1}} z^n - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^{n+1}} z^n \right]$$

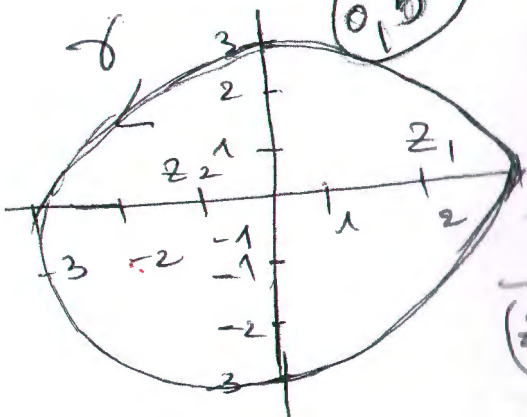
$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{6 \cdot 2^{n+1}} - \frac{(-1)^n}{6 \cdot 4^{n+1}} \right) z^n, \quad |z| < 2 \quad (0.5)$$

$$I = \oint \frac{e^z}{(z-2)(z+1)} dz$$

$$D_f = \{ z_1 = -1 \} \quad (0.5)$$

دائرة مركزها 0 ونصف قطرها $R=3$

$$\gamma: |z|=3$$



بقاعدة روكيل التكامل $\left\{ \begin{array}{l} z_1 = 2 \\ z_2 = -1 \end{array} \right.$ (0.5)

في هذه الحالة نؤخذ الدالة

$$\frac{1}{(z-2)(z+1)} = \frac{A}{z-2} + \frac{B}{z+1}$$

$$A = \frac{1}{3} \quad B = -\frac{1}{3} \quad (0.5)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(z-2)(z+1)} = \frac{1}{3} \left[\frac{1}{z-2} - \frac{1}{z+1} \right]$$

$$\Rightarrow I = \oint \frac{e^z}{(z-2)(z+1)} dz = \frac{1}{3} \left[\underbrace{\oint \frac{e^z}{z-2} dz}_{I_1} - \underbrace{\oint \frac{e^z}{z+1} dz}_{I_2} \right] \quad (0.5)$$

$$I_1 = \oint \frac{e^z}{z-2} dz = \oint \frac{f(z)}{(z-2)^{n+1}} dz = \frac{2\pi i}{n!} f^{(n)}(z_1)$$

حيث $f(z) = e^z$ و $z_1 = 2$ و $n+1 = 1 \Rightarrow n=0$

بما ان f دالة داخلية و $n=0$

بما ان $n=0$ و $n! = 1$

$$I_1 = \frac{2\pi i}{0!} f^{(0)}(2) = 2\pi i f(2) = 2\pi i e^2 \quad (0,5)$$

$$I_2 = \oint \frac{e^z}{z+1} dz = \oint \frac{f(z)}{(z-z_2)^{n+1}} dz = \frac{2\pi i}{n!} \overbrace{f^{(n)}(z_2)}^{I_2 \text{ limit}}$$

$$\textcircled{\ominus} \left\{ \begin{array}{l} f(z) = e^z \leftarrow \text{دالة العزلة} \\ n+1 = 1 \text{ } \textcircled{\ominus} n=0 \end{array} \right.$$

$$\textcircled{\ominus} I_2 = 2\pi i f(-1) = 2\pi i e^{-1} \quad (0,5)$$

$$\textcircled{\ominus} I = \frac{1}{3} [2\pi i e^2 - 2\pi i e^{-1}]$$

$$I = \frac{2\pi i}{3} (e^2 - e^{-1}) \quad (1 \text{ pt})$$

$$f(z) = z^2 + 13z + 6$$

$$= (x+iy)^2 + 13(x+iy) + 6 \quad (0,5)$$

$$= x^2 - y^2 + 2ixy + 13x + 13iy + 6$$

$$= x^2 - y^2 + 13x + 6 + i(2xy + 13y)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u(x,y) = x^2 - y^2 + 13x + 6 & (0,5) \\ v(x,y) = 2xy + 13y & (0,5) \end{cases}$$

$$v(x,y) = 2xy + 13y \quad (0,5)$$

تكون الدالة f هولومورفية إذا كان:

- u و v قابليان للاستيفاء
- معادلتى كوشي ريمان صحيحة

= لا خلاف أن u و v قابليان للاستيفاء $(0,25)$

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} & \text{--- (1)} \\ \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x} & \text{--- (2)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} = 2x + 13 \\ \frac{\partial v}{\partial y} = 2x + 13 \end{cases}$$

المعادلة (1) صحيحة

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial y} = -2y \\ \frac{\partial v}{\partial x} = 2y \end{cases}$$

المعادلة (2) صحيحة

إذاً الدالة f هولومورفية (تحليلها) $(0,25)$

$$\int_{\gamma} f(z) dz = \int_{\gamma} (u(x,y) + i v(x,y)) (dx + i dy)$$

$$= \int_{\gamma} (x^2 - y^2 + 13x + 6) + i (2xy + 13y) (dx + i dy)$$

$$= \int_{\gamma} (x^2 - y^2 + 13x + 6) dx + i (x^2 - y^2 + 13x + 6) dy + i (2xy + 13y) dx - (2xy + 13y) dy$$

$$= \int_{\gamma} (x^2 - y^2 + 13x + 6) dx - (2xy + 13y) dy + i \int_{\gamma} (x^2 - y^2 + 13x + 6) dy + (2xy + 13y) dx$$

1 \circledast 0,5 $\mid = 1 \Rightarrow dy = 0$: [AB] $\overline{\text{خط}} \text{ال} \text{ك}$
 $1 \geq x \geq 0$

$$I_1 = \int_0^1 (x^2 - 1 + 13x + 6) dx + i \int_0^1 (2x(1) + 13(1)) dx$$

$$= \int_0^1 (x^2 + 13x + 5) dx + i \int_0^1 (2x + 13) dx$$

$$I_1 = \frac{71}{6} + 14i \quad \circledast 0,25$$

\circledast 0,5 $\mid x = 1 \Rightarrow dx = 0$: [BC] $\overline{\text{خط}} \text{ال} \text{ك}$
 $2 \geq y \geq 1$

\circledast 6

$$I_2 = \int_1^2 (2y + 13y) dy + i \int_1^2 (1 - y^2 + 13 + 6) dy$$

$$= - \int_1^2 15y dy + i \int_1^2 (-y^2 + 20) dy$$

$$I_2 = -\frac{45}{2} + i \frac{53}{3} \quad (2.5)$$

وهذا الحساب على الخط المتكسر هو:

$$I = I_1 + I_2 = \frac{71}{6} + 14i - \frac{45}{2} + i \frac{53}{3} = \frac{2678}{20} + i \frac{95}{2}$$

$$I = \frac{2678}{20} + i \frac{95}{2} \quad (2.5)$$

(4) الميزان السطح الترابي: 4pt

(7)

April 2019

الاستدراك: احصاء. احتمالات

تمرين 1: (11)

لمعرفة العلاقة بين درجة الحرارة وعدد هزات أجهزة طائفي معين، اجريت دراسة احصائية وكانت النتائج كالآتي:

X_i	15	17	20	21	23	24	27	28
Y_i	13,5	14,1	14,5	14,4	16,3	15,5	17,1	17,8

- 1- ارسم سحابة النقط، ماذا تلاحظ؟، ماذا تستنتج؟. اعط إشارة بي.
- 2- احسب معامل الارتباط الخطي بي.
- 3- عين معادلة مستقيم تنسوية لبيلاية X، ثم ارسمه مع سحابة النقط.
- 4- اذا زادت قيمة X بـ 3 كم تزداد قيمة Y؟
- 5- كيف تكون وصفيته مستقيمي التنسوية في هذه الدراسة؟

تمرين 2: (3)

الجدول التالي يمثل النتائج الممكنة واحتمالاتها لرمي نرد مزود:

F_i	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6
$P(F_i)$	$1/12$	a	$2/12$	b	$5/12$	c

- 1- ماهي الشروط التي تحققها a, b, c حتى يكون P احتمالاً؟

2- بفرض ان $c=2b$, $b=3a$, استنتج قيمة a, b, c

تمرين 3: (6)

احتمال إصابة علي بمرض هو 0,5 واحتمال إصابة سعاد بمرض هو 0,7 واحتمال إصابة أحدهما على الأقل هو 0,8.

- 1- هل الحدثان متنافيان؟، مستقلان؟
- 2- احسب احتمال إصابة علي فقط.
- 3- اذا أصيبت سعاد بالمرض، ما هو احتمال أن يصاب علي كذلك؟
- 4- ما هو احتمال إصابة سعاد بالمرض علماً أن علي لم يصب بالمرض؟

تصحيح استكمال اعداد - امتحان

11

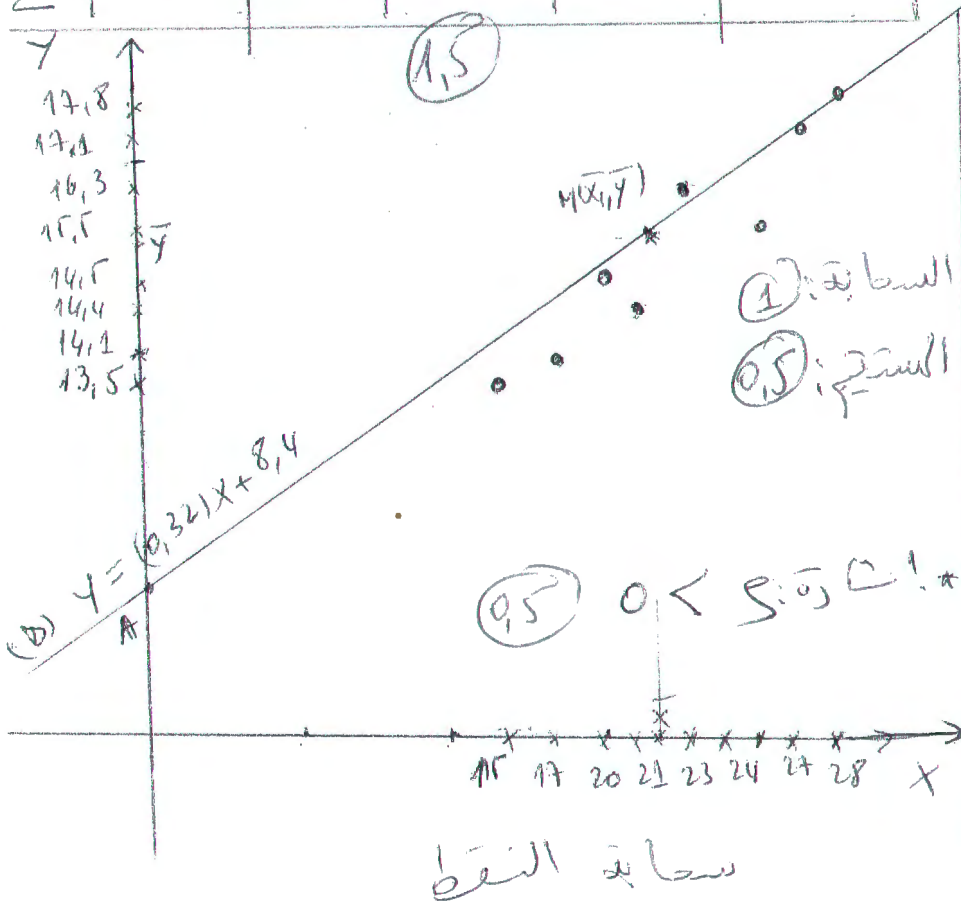
X_i	Y_i	X_i^2	Y_i^2	$X_i Y_i$
15	13,5	225	182,25	202,5
17	14,1	289	198,81	239,7
20	14,5	400	210,25	290
21	14,4	441	207,36	302,4
23	16,3	529	265,69	374,9
24	15,5	576	240,25	372
27	17,1	729	292,41	461,7
28	17,8	784	316,84	498,4
Σ	175	3973	1913,86	2742,6

لا فائدة من فقام الحسابات
تربطها على نفس الاستقامة.

النتيجة أنك توضح ارتباطاً
موجباً قوياً بين X و Y .

$n=8$ $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = \frac{1}{8} (1475) = 21,875$

$\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i = \frac{1}{8} (123,2) = 15,4$



$Var(X) = \frac{1}{n} \sum X_i^2 - \bar{X}^2$
 $= \frac{1}{8} (3973) - (21,875)^2$
 $= 18,41$

$\Rightarrow \sigma_x = \sqrt{Var(X)} = 4,27$

$Var(Y) = \frac{1}{n} \sum Y_i^2 - \bar{Y}^2$
 $= \frac{1}{8} (1913,86) - (15,4)^2$
 $= 2,07$

$\Rightarrow \sigma_y = \sqrt{Var(Y)} = 1,44$

$Cov(X, Y) = \frac{1}{n} \sum X_i Y_i - \bar{X} \bar{Y} = 5,825$

$r(X, Y) = \frac{Cov(X, Y)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{5,825}{(4,27)(1,44)} = 0,95 \approx 1$

معادلة مستقيم تنويده y بدلالة x

$$y = ax + b$$

$$a = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\text{Var}(X)} = 0,32, \quad b = \bar{y} - a\bar{x} = 8,4$$

D): $y = (0,32)x + 8,4$ رسم (5): نأخذ التوزيعين

$$A(0, 8,4) \quad M(\bar{x}, \bar{y})$$

$$x = x + 3, \quad y = ? \quad y = 0,32(x+3) + 8,4 = (0,32x + 8,4) + 0,96$$

$$\Rightarrow x = y + 0,96$$

اذن اذا زادت x بـ 3 فان y تزداد بـ 0,96
 بما انه يوجد ارتباط خطي قوي بين x و y فان مستقيمي التنويده
 يكونان تقريبا متطابقين

تقريب 2: $0 \leq a, b, c \leq 1$
 $\frac{1}{12} + a + \frac{2}{12} + b + \frac{5}{12} + c = 1 \Rightarrow a + b + c = \frac{4}{12}$

2) $b = 3a, \quad c = 2b; \quad a + 3a + 6a = 10a = \frac{4}{12} \Rightarrow a = \frac{4}{120} = \frac{1}{30}$

$b = 3a = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$ $c = 2b = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

تقريب 3: $P(A) = 0,5$ "إصابة عيني بالمرض" A

$P(B) = 0,7$ "سعاد بالمرض" B

$P(A \cup B) = 0,8$
 $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0,5 + 0,7 - 0,8 = 0,4$

بما $P(A \cap B) \neq 0 \Rightarrow A \cap B \neq \emptyset \Rightarrow A, B$ غير متنافيين

بما $P(A)P(B) = 0,35; \quad P(A \cap B) \neq P(A)P(B) \Rightarrow A, B$ غير مستقلين

1) $P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0,5 - 0,4 = 0,1$

1) $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,4}{0,7} = 0,57$

1) $P(B|\bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{P(B) - P(B \cap A)}{1 - P(A)} = \frac{0,7 - 0,4}{1 - 0,5} = 0,6$